

山田 倫大
ミネソタ大学
2022年 5月

船井情報科学振興財団 博士号取得報告書

米国ミネソタ大学数学科にポスドク研究員として勤めています、山田倫大です。ご報告が遅れましたが、2019年7月13日に母校の英国オックスフォード大学の卒業式に出席しました。私は博士論文のディフェンスを2018年に終えていましたが、オックスフォード大学の博士課程は卒業式をもって正式に修了したことになります。



慣れ親しんだベリオール・カレッジの庭園にて卒業記念写真

多くの思い出が詰まったオックスフォードで家族や友人と卒業を祝うことができ、とても感慨深いものがありました。この歴史と伝統の街で私は素晴らしい人々と出会い、交流を深め、研鑽に努める中で自己を知り、私の「生きる道」を見つけました。オックスフォードで私の（研究者としてのみならず一人の人間としての）アイデンティティーが生まれたと言っても過言ではありません。特に、当該分野に於いて世界一の研究者の下で修練を積み、生涯の研究テーマに巡り会うことができました。組み合わせ論・数理論理学・代数学・位相幾何学などの異なる分野を繋ぎ数学の基本的枠組みを根底から変える美しいテーマだと思っています。博士課程の時から目標を高く持ち、既存研究の延長や応用ではなく独創的な発想を基に歴史に残る定理を示すことを目指しました。その分苦労もありましたが、これまで複数の分野で数々の金字塔を打ち立ててきた指導教授や研究グループのメンバーからモノの「見方」や「考え方」を学び、「革新の震源地」でその特別な空気感を含め多くを吸収しながら私も「発明者」を目指しました。その甲斐あって博士課程の間に独自の理論的枠組みを示し有名な未解決問題を解くことができました。



卒業式の様子（卒業生は式の途中でガウンを着替えます）

研究成果

私の博士論文は組み合わせ論的・圏論的な手法を基に数理論理学・理論計算機科学・構成的数学の新しい数学的基礎を確立するものです。伝統的な集合論は論理・計算・数学の静的・外延的な側面しか捉えられないという根源的な問題がこの研究の出発点でした。¹よりきめ細やかな動的・内包的な概念は数学の至る所に溢れており、静的・外延的な構造はその「影」に過ぎません。しかし集合論は後者しか捉えられないため、再帰理論や位相幾何学などで本質的に動的・内包的な概念を扱う際に根本的な「無理」が生じます。故に、動的・内包的な概念を捉えられる新しい論理・計算・数学の基礎を確立することで、数学とその基礎に革命を齎せると考えました。この考

¹ 静的・外延的な概念とは集合や関数の様に「要素の集まり」として定義される概念を指します。例えば自然数の集合は $0, 1, 2, \dots$ と無限に続く自然数をその要素とし、数を2倍する関数は任意の入力 n に出力 $2n$ を対応させた組 $(n, 2n)$ の集まりとして定義されます。反対に動的・内包的な概念とは「要素をどのように計算するか」というアルゴリズムを指します。例えば上の例の動的・内包的なバージョンを考えると、自然数を全てどの様に列挙するか、また数の2倍をどの様に計算するか、といったより複雑な問題が浮かび上がります。この例に見られるように静的・外延的な概念は伝統的な集合論によって定義できる一方、よりきめ細やかな動的・内包的な概念の数学的定義は煩雑かつ困難です（ここで動的・内包的な概念が静的・外延的な概念を包含・洗練することに注意して下さい）。そのため動的・内包的な概念はこれまで数学的に確立されませんでした。尚、（理論）計算機科学はアルゴリズムをその対象とする学問ですが、ここでは「アルゴリズムを数学的にどの様に定式化するか」というより基礎的な問題を扱っています。

えに基づいて私の博士論文は組み合わせ論・圏論的な手法によって動的・内包的な概念を捉えることのできる新しい数理論理学・理論計算機科学・構成的数学の数学的基礎を確立しました。

これまでに博士論文の成果を全てジャーナルに出版することができました。その内訳は *Mathematical Structures in Computer Science* という計算機科学を動機とする数学（特に代数学・数理論理学・幾何学）²に関するトップ・ジャーナルから2本³、フィールズ賞受賞者も論文を投稿するなど数学全体を通して権威があるジャーナル *Research in the Mathematical Sciences* から1本⁴です。これらの論文は上に述べた問題を新しい発想や独自の理論的枠組みにより解決するものであり、博士課程に於ける私の目標を達成することができたと思っています。その内容は例外的に長く複雑ですが、独力でこれを書き上げ権威あるジャーナルに出版したことで自信になりました。

誇れるもの

私の博士課程の中で誇れることがあるとすれば、それは自ら険しい道に挑んだ「勇気」だと思います。多くの場合、研究において最も難しいステップは新しく「価値のある」研究課題を見つけること、その次に難しいステップは研究課題に有効な解決手法を見つけることです。研究課題とその解決手法が見つければ、実際にその手法を用いて課題を解決したり、その基本的枠組みに改良を加えることは大抵それ程難しくありません。これは学問に限ったことではなく、他の領域に於いても1を10にすることより0を1にすることの方が遥かに難しいのではないのでしょうか。

少し脱線しますが、学校の試験では殆どの場合決まりきった問題に対して与えられた解法を適用するのみです。しかし、上に述べた様に研究の視点から言えばこのステップは取るに足りません。いくら試験で100点を取ったところで何も新しい発見はないため研究の視点から言えば「0点」です。研究ではまず「価値ある」問いを見つけること、次に何をもってその「正解」とするかということが中心にあります。また、新しい「問い」や「正解」にたどり着く道筋は自明でないことが殆どです（そうでなければその道筋は既に発見されている筈です）。研究が勉強よりも面白くまた難しい所以はこれらの点にあると考えられます。

話を戻します。新しい研究を行うことの難しさのため、学生の多くは指導教官から研究課題を与えられたり、その課題を共同研究という形で解きます。これは研究者の卵である学生がスムーズに研究成果を出しながら研究のイロハを身につけていく手段として理に適っています。一方、このやり方に於いて学生は指導教官の「手伝い」の域を出難いという側面があります。また指導教官の研究プロジェクトが学生の研究興味と正確に合致しない場合、学生側の妥協が必要です。私が所属していた研究グループでも学生の多くは指導教授やポスドクと共同研究を行う形で研究を行っていました。力のある学生のみが独自の研究を単独で進めていました。

私は「内包的・構成的な数学」という大体の研究テーマを持って博士課程に進学しました。しかし、私の指導教授は当時これに関する研究を進めている訳ではありませんでした。故にこのテーマに拘る場合、私に共同研究という選択肢はなく基本的に独力で研究課題を設定し問題を解

² 解析学などの伝統的な数学の殆どは物理学をその動機としていますが、圏論・トポス理論などのより現代的な数学の中には理論計算機科学・数理論理学と深い関連のある分野があります。

³ Yamada, N., & Abramsky, S. (2020). *Dynamic game semantics*. *Mathematical Structures in Computer Science*. DOI: 10.1017/S0960129520000250

Yamada, N. (2022). Game semantics of Martin-Löf type theory. *arXiv preprint arXiv:1905.00993*. Accepted by *Mathematical Structures in Computer Science*.

⁴ Yamada, N. (2019). *A game-semantic model of computation*. *Research in the Mathematical Sciences*, 6(1), 3.

かなければなりませんでした。自立して研究を行う場合は既にその分野の研究経験があることが望ましいですが、当時の私は学士課程を終えたばかりで新しい分野に飛び込んだ状態でした。⁵また、私の指導教授は学生に自立を求めその指導スタイルはポストクに対するものとほぼ同様でした。この厳しい状況の中でも私は野心的で強く情熱を感じられる研究テーマを探し続けました。「0を1にする」ことができる独創的な研究者になりたいという思いもありました。その結果、研究課題を定めるまでに2年以上の歳月が経ちました。学生の多くが1年目から研究を行う中、研究課題さえ決まらない期間は恐怖そのものでした。私の博士課程の中でこの期間が最大の試練でした。何度も研究テーマを妥協しようとも考えましたが、その度に勇気を持って自分の目標や研究興味に拘りました。尚、博士課程は疎か研究者として生きていく上でも独創的な研究成果は必須ではありません。実際、勢いのある研究の「追随者」としてキャリアを重ねる研究者は少なくありません。キャリアの安定を考えた場合寧ろ「追随者」という戦略が賢い様にも思えます。

関連分野を学び指導教授や研究グループの他のメンバーと議論を続ける中で様々な方向性を模索し、博士課程の3年目によく「これが自分の研究である」と真に感じられる（上に述べた）独自の研究テーマを見出しました。当時の指導教授も「自分の学生がとても面白い問題に取り組んでいる」と思わず周囲に溢していました。それまでのフラストレーションもあり、研究課題を設定した後は破竹の勢いで研究を進め、その後約2年間で上に述べた成果を出しました。

この様な「無茶」は勧められたものではありませんが、⁶この経験があったからこそ今日の私があります。研究や自分自身について必死に考え、指導教授と根源的な問いに関して議論を重ねることで研究者として大きく成長し早くから自立することができました。特に、研究のスタート地点からある意味一番難しい「生涯の研究テーマ」と「独創的な研究成果」を追い求めたことで、物事の本質を俯瞰的に見抜く力とその本質を的確に描き出す独自の数学的枠組みを手に入れました。今日の私の研究活動はこの俯瞰的な視点と独自の数学的枠組みに基づいています。

Quantum Group

私がオックスフォード時代に所属した研究グループ Quantum Group は2000年代前半に私の指導教官である Samson Abramsky と Bob Coecke が量子物理学の数学的基礎に関して圏論・幾何学による非常に画期的な数学的枠組み⁷を考案したことに端を発します。Quantum Group はこの圏論・幾何学的量子物理学の数学的基礎を中心にこれまで関連分野に新しい金字塔を次々と打ち立て世界をリードしてきました。Quantum Group のもう一つの特徴は極めて学際的な研究を行っている点です。これまで（高階）圏論・代数学・数理論理学などの純粋数学から数理物理学・理論計算機科学など世界でも稀に見るほど多岐に渡る研究を行ってきました。卒業生の多くはアカデミアに職を得ますが、その進路も純粋数学・応用数学・物理学・計算機科学・哲学など多岐に渡ります。

⁵ 私は博士課程一年目の試験でその年の学年トップの成績を収めましたが、研究経験の面で同級生に遅れを取っていました。博士課程においてもコースワークを通して基礎的な知識を身につけることは大切ですが、それより遥かに大切な点は「研究能力」を身につけることです。

⁶ 私の研究グループの後輩の中で最も優秀だと感じた学生の一人は私と同様に独創的・野心的な研究に拘りました。彼も博士課程中に何度も研究分野を変えながら後半一気に研究を進めました。現在彼はポストク4年目を迎えています。私の知る限りこれまで論文を一本も出版していません。一方、特に目立たなかった同級生がそれほど研究内容に拘らない一方で論文を量産し順調にキャリアを進めている例は枚挙にいとまがありません。「つまらない論文は書きたくない」と拘ることは大切ですが、拘りすぎるとつまらない論文さえ書けなくなる危険がある様に見えます。

⁷ 最近この入門書の邦訳が出版されました：<https://www.morikita.co.jp/books/mid/017011>

Quantum Group には世界中から学生が集まりますが、世界でも有数の数学修士プログラムであるケンブリッジ大学の「Part III」やオックスフォード大学の数学と計算機科学の数学的基礎の合同修士プログラム「MFoCS」で優秀な成績を収めたエリートの存在が目立ちました。欧州の大学では Quantum Group での研究に必要な基礎知識を早い段階で学ぶ機会があり、また Quantum Group の名声が優秀な学生を集める、という仕組みが上手く機能している様に見えました。

尚、Quantum Group は計算機科学科に属していますが、一般的な理論計算機科学の研究を行なっている訳ではありません。上に述べた様に Quantum Group の研究は圏論や幾何学を軸に物理学や論理学の数学的基礎に関するものであり、オックスフォード大学計算機科学科の他のどの研究グループとも一線を画しています。⁸このことから今後大学院進学を考えている方には大学・学科ではなくあくまで研究グループ・指導教官の粒度で進学先を決めてほしいと思います。

私は Quantum Group で博士課程を過ごしたことを大変幸運に思っています。そこでは世界有数の研究者達が世界を驚かせる様なアイデアを生み出す課程を目の当たりにすることができました。彼らは物事をより本質的により深く捉え、失敗を恐れずに新しいアイデアを次々と試します。日本で時折感じた「天下りの」知識を受け入れたり「失敗しないことに価値を置く」姿勢とは真逆とも言える空気感がそこにはありました。⁹当時の私は幾分背伸びをして彼らと同様に発想の（「消費者」ではなく）「提供者」を目指し、指導教授や他の研究者と根源的な問題に関する議論を通して新しいアイデアや視点を模索しました。この過程で研究者として大きく成長することができました。「独創は感染する」という言葉を耳にしたことがありますが、この言葉は真実を言い当てていると思います。この貴重な経験は今日の私の研究の礎となっています。

特に当該分野に於いて世界一の研究者である Abramsky から多大な影響を受けました。彼は私の（決してスタンダードではない）視点や問題意識を深く理解し強く共感した上で私と対等の立場で議論して下さいました。また、私の数学的枠組みは彼が歴史にその名を深く刻んだ手法に基づいています。今日の私独自の視点や研究は彼の指導無しにはあり得ませんでした。

友人の存在

オックスフォードでは素晴らしい友人に恵まれました。入学して間もなく私と同じベリオール・カレッジで理論物理学を専攻するイタリア人の同級生と親しくなりました。互いに慣れない初めての環境の中、英国や寮の悪口を冗談交じりに笑い合ったり、街や大学の情報を共有できる存在はとても貴重でした。初年度2月の合同晚餐会ではユニバーシティ・カレッジの学生とテーブルを共にし、これがきっかけで歴史学を学ぶオーストラリア人の学生と知り合いました。彼女はオーストラリアに帰国後もイギリスや日本に遊びに来てくれました。今でも家族ぐるみで交流が続いています。2016年に彼女はオーストラリアの権威ある文学賞を受賞し、現在作家として大活躍しています。¹⁰また、2012年の年末に友人に誘われて日本学部の忘年会に顔を出したところ、漫画「デスノート」について「日記に記すことの文化的意味」という観点から分析を行い、これに関して修士論文を書いていたイタリア人の学生と知り合いました。私よりも日本語が流暢な（！）この青年と漫画の話で意気投合し、それ以来彼とは唯一無二の親友となりました。

⁸ ケンブリッジ大学・オタワ大学・ストックホルム大学・京都大学などで Quantum Group と同様の研究を行っている研究グループは数学科に属しています。

⁹ なぜ日系企業はスマートフォンの改良はできてもスマートフォンという概念自体を発明できなかったのかが腑に落ちた気がしました。

¹⁰ 彼女の最新作に私もほんの少し登場しています：<http://katherinebrabon.com/theshutins>

留学を通して友人の大切さを学びました。彼らのお陰で孤独に苛まれず、日々の楽しみが大きくなり、互いに学び合うことができました。また、友人にとって私も「プラスの存在」でありたいと思うことが時に大きな原動力となりました。留学前の私は社交的な方ではありませんでしたが、彼らから背中を押される形で気が付けば自分で食事会を主催する様になりました。

また、オックスフォードで出会った学生は「ガリ勉の優等生」というよりも「学校の勉強は退屈だったけれど研究は面白いよね」と茶目っ気たっぷりに話す様な人間味に溢れた人達でした。勉強に興味を持てず高校を中退した経験を持つ学生に出会ったことも一度や二度ではありませんでした。私も高校時代まで「考えることを放棄し天下りの知識を受け入れることを評価する」様な学校の勉強¹¹に興味を持てず、勉強よりもサッカーに夢中なタイプでした。故に、オックスフォードで同じ視点や価値観を持つ友人に出会った時の嬉しさはひとしおでした。当時日本で「変わり者」だった私は「間違っていないかった」のだと優しく背中を押された気がしました。



任天堂がテーマの仮装パーティーにて友人と

博士論文提出日に駆けつけてくれた友人と

終わりに

最後に改めて船井財団の皆様に深くお礼申し上げます。博士課程時代に唯一無二の研究者であるオックスフォードの指導教授の下で独創的・野心的な研究に挑戦したからこそ今日の私があります。財団の皆様の温かいご支援無しにここまでたどり着くことはできませんでした。

博士課程修了後これまで約3年間米国ミネソタ大学で研究を行ってきました。この期間にCOVID-19の影響など様々な困難がありましたが、これ乗り越え挑戦的な未解決問題を3つ解くことができました。今年後半のオーストラリア国立大学での研究滞在の後、2023年から2年間ポルトガルのミーニョ大学とコインブラ大学で研究を行う予定です。これまでは独自の研究手法に注力してきましたがミネソタ時代にこれを納得のいく形に纏めることができたため、今後はこの手法と位相幾何学・代数学・(高階)圏論・ラムダ計算など他分野との関連を深めていきたいと考えています。これらの研究分野に関して上に述べたポルトガルの研究機関は世界有数の研究者を擁しており、魅力的な環境だと感じています。今後一層の努力を重ね、財団の皆様に支えて頂いた研究が花開く様に邁進して参ります。今後とも温かく見守って頂ければ幸いです。

¹¹ あくまで個人的な体験です。充実した学生時代を過ごされた方も多くいらっしゃるはずです。