

船井情報科学振興財団 第1回ポスドク報告書

I accept chaos; I'm not sure whether it accepts me (Bob Dylan).

現在、米国ミネソタ大学にポスドク研究員として勤めています、山田倫大です。2018年に英国オックスフォード大学で博士課程を修了し（博士論文は論理・計算の数学的基礎について）、2019年初旬の数ヶ月を京都大学でポスドク研究員として過ごしました。そして同年5月に渡米し現職に至ります。本稿ではこれらの経緯及び現在の研究生活について綴ります。

京都、そしてミネアポリスへ

私は2018年下旬から博士課程修了後を見据えて就職活動を始めました。詳しくは（今後提出予定の）博士号取得報告書に譲りますが、私は大学院卒業後に数学者として生きることを決めていたので、専ら研究職に応募しました。私が応募可能なポジションを探すために用いたツールは主に2つです。1つ目は関連分野の研究者の間で用いられているメーリングリストで、研究者を募集しているメンバーから頻繁にその要項が送信されます。2つ目はMathJobs¹という世界中の数学者の就職活動を扱うウェブサイトです。このウェブサイトは世界中の研究機関の研究者募集要項をリストアップしており、またその応募手続きも扱っています。特に応募書類の様式を統一しておりこれを一括して管理しているため、応募者は応募の度にはじめから書類を作成する必要がありません。因みに応募書類の多くは履歴書と研究計画書がその中心となります。

私の場合、候補となるポジションは多くなく、英国・スウェーデン・米国・カナダの大学を中心に応募しました。というのも、私の研究はゲーム意味論²を基に独自の方法で（既存の集合論や古典論理に代わる）新しい数学の基礎の構築を目指すため、その数学的枠組みは未だ関連分野の研究者の中でもあまり認知されておらず、またその技術的な内容を理解する専門家は（世界中を見渡しても）非常に少ないのが実情だったからです。³今後私の方法の有効性が広く知られるくらい成果を積み重ねれば状況は変わるでしょうが、少なくとも当時は技術的に近い数学者、若しくは私の研究の応用に興味のある論理学者・計算機科学者に雇用者の候補を絞るという選択が妥当でした。⁴関連分野を述べれば、数学基礎論・構成的数学・圏論的論理学・高階圏論・再帰理論であり、これらの分野の専門家は英国・スウェーデン・米国・カナダに多いという印象でした。

¹ <https://www.mathjobs.org/jobs>

² <https://ja.wikipedia.org/wiki/%E3%82%B2%E3%83%BC%E3%83%A0%E6%84%8F%E5%91%B3%E8%AB%96>

³ 私が用いるゲーム意味論はマイナーかつその複雑さの噂が一人歩きするほど技術的に入り組んでおり（その発想は非常にシンプルかつ自然で美しいのですが）、「キャッチーな」成果をある程度積み重ねるまではそもそも私の論文を読んでもらえないという問題があります。

⁴ 研究者募集の要項においてもその研究機関で行われている研究と応募者の研究の関連の重要性が強調されているケースがほとんどでした。一応非常に弱い意味で関連のある研究が存在する研究機関のポジションにも多少応募してみましたが、そこから声がかかることはありませんでした。

こうして就職活動を進める中、2019年1月初旬に当時京都大学で助教授をされていた知り合いの研究者から「数ヶ月から半年の間、一緒に研究をしないか?」という誘いを受けました。私は主に就職活動の結果を待っている時期でしたので、二つ返事でこれを承諾しました。奇しくもこの返事の1週間後にミネソタ大学から2年間のオファーを頂いたため、京都大学には結局2ヶ月間だけ在籍することとなりました。短い期間でしたが、京都在籍中には様々な研究者と有益な議論を交わしたり、オックスフォード時代の指導教官を迎えてワークショップを開催するなど、充実した日々を過ごすことができました。

一方、ミネソタ大学と私の研究との間にこれまで関わりはほとんどありませんでしたが、ここにしばらく籍を置くことになった経緯は以下の通りです。私の就職活動とほぼ時を同じくして2018年下旬にプリンストン高等研究所からミネソタ大学に移った型理論⁵の若手研究者が新しく研究グループを立ち上げました。彼が研究を行っているHoTT (Homotopy Type Theory)⁶という分野はフィールズ賞受賞者のVladimir Voevodskyらが約10年前に本格的に立ち上げたもので、現在も非常に活発に研究が行われています。⁷HoTTは私が博士課程時代の初期から興味を持っていた分野であり、今後私の研究にも深く関わる分野です。私はHoTTのメーリングリストを通して現指導教官がミネソタ大学で新しくHoTTの研究に関してポスドクを募集していることを知りました。

正確に言えば、現指導教官は型理論者の視点（如何に「良い」構文論を構築し数学を形式化するかという視点）からHoTTを研究しており、私の数学的、特に意味論的・解析的な立場と大きく異なります。⁸また、彼はプリンストンでは数学科に所属されていましたが、ミネソタ大学での所属は計算機科学科です。故に書類審査を通過しスカイプによる面接に至った段階でこれらの点について質問しました。すると、HoTTに関連し、彼の研究への応用が見込める内容であれば数学の理論的研究を自由に行って構わないという寛大な条件を提示して頂きました。研究成果の発表先についても、純粋数学のジャーナルで全く問題ないということでした。私の用いる数学的枠組みは元々型理論によって具現化された論理・計算を「如何に数学として捉えるか」という視点に起源があり、これまで型理論に関する様々な応用が実現されてきました。故にその応用の可能性について疑いの余地はありません。面接を通して、私の意味論的・解析的な研究が現指導教官の研究にも貢献できる可能性が高いという点を彼に納得して頂き、結果オファーを頂きました。

今後、独自の研究を探求していきたいと考えていた私にとって上に述べた自由な研究環境は非常に大きなポイントでした。なぜなら、ポスドク研究の多くは既存のプロジェクトに貢献するという形を取るからです。私の場合ティーチングの義務もなく、これ以上ない条件でした。

約1年前までほとんど関連のなかったミネソタ大学でしたが、このような経緯で2年間この大学に勤める運びとなりました。現在も指導教官以外に研究上関わりのある研究者はほとんど見当たらず不思議な縁だと感じています。博士課程に進学する際にも些細な偶然から進学校を土壇場で変えることがあったため、渡米が決定した際にデジャブを感じたことを記憶しています。

見張塔からずっと

⁵ 型理論とは論理・計算を形式化する構文論の1つです。

⁶ HoTTについてはこれまでの留学報告書でも幾度か紹介しました。

⁷ 大雑把に言えば、HoTTは型理論と高階圏論・トポロジーとの新しい対応を元に発展したもので、型理論によるトポロジーなど様々な数学分野の新しい基礎の構築を目指すとともに、もう一方ではそこに立ち現れる高階圏論的な構造も活発に研究しています。

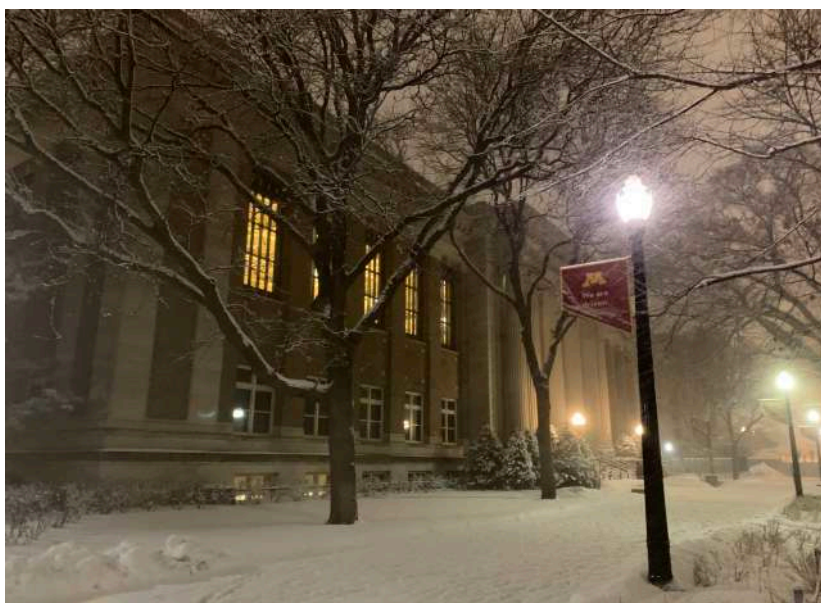
⁸ 一般的に、論理学者・理論計算機科学者と数学者の視点の違いとも言えます。

ミネソタ大学はパブリック・アイビーに数えられるミネソタ州立の総合大学です。正確には、ミネソタ大学は複数校存在し、私の所属する大学は其中最も代表的なミネソタ大学ツイン・シティ校と呼ばれます。ツイン・シティとはミネソタ州都であるセントポールとミネソタ州最大の都市であるミネアポリスのペアを指します。名前が示唆する様に、ツイン・シティ校はセントポール・キャンパスとミネアポリス・キャンパスから構成されており、私は自分のオフィスがあるミネアポリス・キャンパスで主に活動しています。

ミネアポリス・キャンパスには緑が溢れています。春・夏の天気の良い日には勉強や趣味に励む学生がキャンパス内の芝生に溢れており、活気があります。私の研究に欠かせない散歩にとっても恵まれた環境です。しかし現在は真冬真っ只中であり、景色が一変してしまいました。



ミネアポリス・キャンパス（夏）



ミネアポリス・キャンパス（冬）

私のオフィスはWalter Libraryと呼ばれる理工系の学生のための図書館の一室にあります。ミネアポリス・キャンパスの中心にあり、自宅や周辺のレストランへも徒歩圏内でとても便利です。Walter Libraryの建築はとても綺麗なことで知られており、学生からの人気も高い様です。



Walter Libraryの外観と正面玄関の内装

余談： ミネソタ大学の卒業生や在籍教授の中からこれまで多くのノーベル賞受賞者が輩出されていますが、個人的に目を引いたのは2016年に音楽家として初めてノーベル文学賞を受賞したボブ・ディランです。彼は学部時代をミネソタ大学で過ごしました。彼の代表曲である「見張塔からずっと」のモチーフとなった「見張塔」もキャンパス内に実在します。実は渡米して間もなく、学内のフェアで見つけたディランのポスターを購入しました。



I accept chaos; I'm not sure whether it accepts me (Bob Dylan).

はじめは半分ジョークのつもりでこれをオフィスに置いたのですが、ポスターに書いてあるディランの言葉は「はじめは正解の見えない混沌とした世界から徐々に自分なりの解答を紡ぎ上げていく」私の研究にも共通するものがあると感じる様になり、今ではとても気に入っています。

尚、一年以内にもう一度報告書を書く機会がありそうですので、ミネアポリスの生活環境については次回に譲りたいと思います。

真実はいつも1つ

最後にミネソタ大学に移ってからこれまでの私の研究内容を簡単に纏めたいと思います。まず、京都大学在籍時に思い付いたアイデアにより、ジャーナルに投稿間近だった博士論文の最終章の内容を数学的により洗練させました。この論文は述語論理⁹にゲーム意味論を与えるという、25年ほど未解決だった問題を解くものです。京都在籍時にオックスフォード時代の指導教官の前でこの内容について90分ほど講演したところ、「新しいアイデアで面白い」と好評価を頂きました。その後このアイデアを元にミネアポリスでサイド・トピックとしてこの論文の改訂を空き時間に進めていましたが、技術的に困難な箇所が多くあり、当初の予定より時間がかかりました。しかし、昨年10月に無事原稿を完成させ、これをResearch in the Mathematical Sciences¹⁰という比較的新しく幅広い数学の分野を扱うトップ・ジャーナルに投稿しました。¹¹

次にこれまでミネアポリスで行ってきたメイン・トピックについて紹介します。この内容を平たく言えば、見た目は子供頭脳は大人な某名探偵が毎週言う台詞「真実はいつも一つ」を（見た目も頭脳も大人¹²な私が）が正しいことを証明論・代数学・ラムダ計算・ゲーム意味論それぞれにおいて示すというものです。これを以下簡単に説明したいと思います。

伝統的、特に証明論の立場における論理は「数学においてどのようなオブジェクトや言明を認め、またどのような証明を妥当と認めるのか」という点を厳密に形式化するもので、この意味において論理は数学の基礎を担います。¹³しかし、これまでの歴史の中で提案されてきた論理のバリエーションは豊富であり、その中で特に数理論理学の背景でよく扱われるものに、古典論理・直観主義論理・線形論理の3つがあります。大雑把に言えば、古典論理は証明方法に拘らず（全ての数学において常に）真な言明を全て証明することを目指したもので、直観主義論理は古典論理を「計算的な」部分に制限したもので、線形論理は古典・直観主義の2つのバリエーションがあり、それぞれ古典論理・直観主義論理に「線形性」という制限を加えたものです。論理における「線形性」とは証明において仮定する定理を「資源」として捉え、証明の中で「資源」の消費を（与えられた論理式に従って）過不足なく行わなくてはならないと定めるものです。論理のユーザーである数学者としては最も強力な古典論理を使いたいのですが（実際にほとんどの数学者が古典論理を用いています）、一方で古典論理は強力過ぎて認めてはいけない公理・法則までも含んでいると主張する数学者もいます（実際にこの後者の立場から直観主義論理が生まれまし

⁹ 「全ての x について $A(x)$ が成り立つ」や「ある x について $A(x)$ が成り立つ」といった個別のオブジェクト x に関する言明 $A(x)$ を扱う（数学に欠かせない）非常に基礎的な論理のことです。

¹⁰ <https://www.springer.com/journal/40687>

¹¹ <https://arxiv.org/pdf/1905.00993.pdf>

¹² 要するにごく普通の大人です。

¹³ 因みに私の立場はこの伝統と逆であり、論理を数学によって解明するというものです。

た)。数学者としては、「数学は厳密な学問であり、そこから導かれる真実はいつも一つである」と主張したいのですが、その基礎となる論理が複数あつてはそうもいきません。

この様な背景から、私はこれらの論理は実は全て一つの論理、特に最も弱い直観主義線形論理から導かれることを示したいと考えました。最も弱い論理は最も異論の少ない論理だと言える点に注意して下さい。またその中で論理の「線形性」と「古典性」についても体系的に定義することが可能で、またこれらは数学的に「対の関係」になっていることも予想されました。更に論理に関する「非線形化」と「古典化」という操作を与えることで、上に述べた全ての論理の間を自由に行き来できると考えました。最終的にこれらの予想を全て証明することができ、この内容を数理論理学におけるトップ・ジャーナルであるJournal of Symbolic Logicに投稿しました。¹⁴因みに、この内容は論理を構文論として扱う伝統的な証明論に属します。

また、この結果を代数学、特に圏論的論理学の立場から見ると非常に興味深く、上に述べた「対の関係」や2つの操作をより抽象的で普遍的な形で纏めることができました。この内容は代数学のトップ・ジャーナルであるJournal of Pure and Applied Algebraに近日投稿予定です。

最後にこれを計算理論であるラムダ計算やゲーム意味論としても捉えることができました。これにより「非計算的」であると考えられてきた古典論理に新しい計算的解釈を与えることができました。また、この成果により数学全体のジャーナルの中でも最高峰であるAnn Math (Annals of Mathematics)から出版されている論文の成果を大きく改善できそうなことも分かりました。この内容には繊細な問題も含まれるため、英国留学時代に知り合った専門家の意見も聞きながら慎重に内容を推敲し、3-4月中を目処にこれをAnn Mathに投稿したいと考えています。

早いもので気がつけば渡米してからもうすぐ8ヶ月が経ちますが、合計4本の論文を書き終えることができそうです。このような充実した研究生活は、オックスフォードでタイムリーな時期に唯一無二の指導教官と出会い、彼の指導の元で自分のアイデンティティと言える研究と巡り合い、独立した研究者となるための訓練を行なった博士課程の日々の上に成り立つものです。この掛け替えのない経験は船井情報科学振興財団の皆様のご支援無しでは決して実現することはありませんでした。末筆ながら、ここに改めて深くお礼申し上げます。

¹⁴ <https://arxiv.org/pdf/2001.06138.pdf>